

Fonctions analytiques – TD 18

W. Aschbacher (<http://aschbacher.univ-tln.fr/>)

M65 L3 Cours du 2e semestre 2014 – 2015 (19x2h CM et 19x2h TD)

Licence Mathématiques

Exercice 69. Déterminer la nature des singularités isolées à l'origine des fonctions suivantes en déterminant la partie principale de leurs séries de Laurent :

$$(a) \exp(1/z) \quad (b) \frac{\sin z}{z^2} \quad (c) \frac{1}{1-z^2}$$

Exercice 70. Montrer que le bord d'un fer à cheval circulaire est constitué d'une courbe simplement fermée.

Exercice 71. Soit $f \in \mathcal{O}(D \setminus c)$ et soit $c \in D$ un pôle d'ordre $m \in \mathbb{N}^*$ de f . Montrer que

$$\operatorname{res}_c(f) = \frac{h^{(m-1)}(c)}{(m-1)!},$$

où h est le prolongement holomorphe de $(z-c)^m f(z)$ en c .

Exercice 72. Calculer les résidus des fonctions suivantes en toutes leurs singularités isolées :

$$(a) \frac{e^z}{z^2+1} \quad (b) \frac{z^3+1}{z(z-1)^2} \quad (c) \exp(z+1/z)$$