

## Fonctions analytiques – TD 15

---

W. Aschbacher (<http://aschbacher.univ-tln.fr/>)

**M65 L3** Cours du 2e semestre 2014 – 2015 (19x2h CM et 19x2h TD)

Licence Mathématiques

---

**Exercice 57.** Soit  $D$  connexe et soit  $f \in \mathcal{O}(D)$  une fonction non constante dans  $D$ . Montrer que l'image  $f(D)$  est un ouvert non vide et connexe.

**Exercice 58.** Soit  $f \in \mathcal{O}(D)$  injectif. Montrer :

$$f : D \xrightarrow{\sim} f(D)$$

**Exercice 59.** Classifier les singularités isolées des fonctions suivantes et, au cas d'un pôle, indiquer son ordre :

$$(a) \frac{z^4}{(z^4 + 16)^2} \quad (b) \cos(1/z) \quad (c) \frac{z}{e^z - 1}$$

**Exercice 60.** Soit  $f \in \mathcal{O}(D \setminus c)$ . Montrer que, si  $f$  est injectif, le point  $c \in D$  ne peut être une singularité essentielle de  $f$ .