

Fonctions analytiques – TD 1

W. Aschbacher (<http://aschbacher.univ-tln.fr/>)

M65 L3 Cours du 2e semestre semestre 2014 – 2015 (19x2h CM et 19x2h TD)

Licence Mathématiques

Exercice 1. \mathbb{C} est un corps.

Exercice 2. Une application \mathbb{R} -linéaire $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ est \mathbb{C} -linéaire ssi

$$T(i) = iT(1).$$

Dans ce cas, T a la forme $T(z) = T(1)z$ pour tout $z \in \mathbb{C}$.

Exercice 3. L'application $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ est \mathbb{C} -linéaire ssi il existe $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \text{Mat}(2, \mathbb{R})$ t.q. $T = T_A$ et $a = d$ et $b = -c$.

Exercice 4. Soit $T : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ une application \mathbb{R} -linéaire injective.

(c) Il existe $a \in \mathbb{C}^*$ t.q. :

soit $T(z) = az$ pour tout $z \in \mathbb{C}$, soit $T(z) = a\bar{z}$ pour tout $z \in \mathbb{C}$.

(d) Il existe $s > 0$ t.q. $\langle T(w), T(z) \rangle = s\langle w, z \rangle$ pour tout $w, z \in \mathbb{C}$.

(a) T est conforme.

Montrer : (c) \Rightarrow (d) \Rightarrow (a)